

Ejercicios para entregar

Tarea 3.

1. Sean $A \subseteq \mathbb{R}^n$ no vacío y $p \in \mathbb{R}^n$. Se define la *distancia* $d(p, A)$ entre p y A como

$$d(p, A) := \inf\{\|p - a\| : a \in A\}.$$

- a) Probar que $d(p, A) = 0$ si y solo si $p \in \overline{A}$.
- b) Probar que si A es cerrado la distancia entre p y A se realiza, esto es, existe $q \in A$ tal que $d(p, A) = \|p - q\|$.
2. Sea $K \subseteq \mathbb{R}$ compacto tal que $0 \notin K$. Probar que $\{\frac{1}{x} : x \in K\}$ es compacto.