

Ejercicios para entregar

Tarea 3.

1. Sean  $A \subseteq \mathbb{R}^n$  no vacío y  $p \in \mathbb{R}^n$ . Se define la *distancia*  $d(p, A)$  entre  $p$  y  $A$  como

$$d(p, A) := \inf\{\|p - a\| : a \in A\}.$$

- a) Probar que  $d(p, A) = 0$  si y solo si  $p \in \overline{A}$ .
- b) Probar que si  $A$  es cerrado la distancia entre  $p$  y  $A$  se realiza, esto es, existe  $q \in A$  tal que  $d(p, A) = \|p - q\|$ .
2. Sea  $K \subseteq \mathbb{R}$  compacto tal que  $0 \notin K$ . Probar que  $\{\frac{1}{x} : x \in K\}$  es compacto.